

**Set 1 — 評分標準**  
**卷一**

解題	分數	備註
<p><b>甲部(1)</b></p> <p>1. <math display="block">\frac{(ab^4)^{-2}}{a^{-3}b}</math> <math display="block">= \frac{a^{-2}b^{-8}}{a^{-3}b}</math> <math display="block">= a^{-2-(-3)}b^{-8-1}</math> <math display="block">= ab^{-9}</math> <math display="block">= \frac{a}{b^9}</math></p>	<p>2M</p> <p>1A</p> <hr/> <p>3</p>	<p>以下其中兩項：</p> <p>(i) <math>(x^m)^n = x^{mn}</math></p> <p>(ii) <math>\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}</math></p> <p>(iii) <math>x^{-m} = \frac{1}{x^m}</math></p> <p>若未以正指數表達答案，則扣減 1A</p>
<p>2. <math>f(0) = f(k)</math>  <math>0^2 - 4(0) + 3 = k^2 - 4k + 3</math>  <math>k^2 - 4k = 0</math>  <math>k(k - 4) = 0</math>  <math>k = 0</math> 或 <math>4</math></p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <hr/> <p>3</p>	<p>任何適合解二次方程的方法</p>
<p>3. (a) <math>x^4 + 4x^2 + 4</math>  <math>= (x^2 + 2)^2</math></p> <p>(b) <math>x^4 + 4</math>  <math>= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2</math>  <math>= (x^2 + 2)^2 - 4x^2</math>  <math>= (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x)</math></p>	<p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <hr/> <p>3</p>	<p>使用 (a)</p>
<p>4. (a) <math>C = \frac{5}{9}(F - 32)</math>  <math>\frac{9}{5}C = F - 32</math>  <math>F = \frac{9}{5}C + 32</math></p> <p>(b) 當 <math>C = 40</math> 時，  <math>F = \frac{9}{5}(40) + 32</math>  <math>= 104</math></p>	<p>1A</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p> <hr/> <p>4</p>	

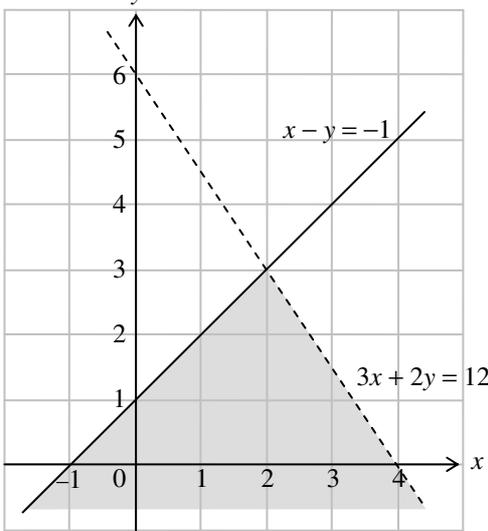
解題	分數	備註
5. 扇面面積 = $\pi(15)^2 \left( \frac{360^\circ - 144^\circ}{360^\circ} \right)$ $= 135\pi \text{ cm}^2$ $\pi(\text{底半徑})(15) = 135\pi$ 底半徑 = 9 cm 圓錐體高度 = $\sqrt{15^2 - 9^2}$ $= 12 \text{ cm}$ 圓錐體體積 = $\frac{1}{3}\pi(9^2)(12)$ $= 324\pi \text{ cm}^3$	1M  1A  1A  1A  <hr/> 4	給 $\frac{360^\circ - 144^\circ}{360^\circ}$ } u - 1 給漏寫單位
6. (a) 設正價為 \$x\$。 $x(10\%) = 12$ $x = 120$ $\therefore$ 正價是 \$120\$。 (b) 成本價格 = $120 \times (1 - 10\%) \div (1 + 35\%)$ $= \$80$	1M  1A 1M 1A  <hr/> 4	u - 1 給漏寫單位 或 $(120 - 12) \div (1 + 35\%)$ u - 1 給漏寫單位
7. (a) 設 $\angle EBC = b$ , $\angle ECD = c$ 則 $\angle ABC = 2b$ , $\angle ACD = 2c$ $\angle BEC = 30^\circ = c - b$ (三角形外角) $\angle BAC = 2c - 2b$ (三角形外角) $= 2(c - b)$ $= 60^\circ$ (b) 若 $AB = AC$ , 則 $\angle ABC = \angle ACB$ (等腰三角形底角) $= \frac{180^\circ - 60^\circ}{2}$ (三角形內角和) $= 60^\circ$ $\therefore \triangle ABC$ 為等邊三角形。	} 1A  1A  1M   1A  <hr/> 4	
8. (a) 坐標 $C = \left( \frac{2 + (-4)}{2}, \frac{3 + 1}{2} \right) = (-1, 2)$ (b) $C$ 下移後的坐標 = $(-1, 0)$ 反射後的坐標 $(D) = (-1, -2)$ $OA$ 的斜率 = $\frac{3 - 0}{2 - 0} = \frac{3}{2}$ $BD$ 的斜率 = $\frac{1 - (-2)}{-4 - (-1)} = -1$ $\therefore OA$ 與 $BD$ 並不平行。	1A  1A  } 1M  1A  <hr/> 4	給找到該兩條直線的斜率

解題	分數	備註
9. (a) $\frac{31+33+40+(40+x)+49+52+52+53+55+56+64+65+67+68+68+69+70+72+73+81}{20} = 58$ $x = 2$ $\frac{(60+y)+66}{2} = 65$ $y = 4$ (b) $v_B$ 的數值較小。 1B 班學生的分數較集中於數據的平均值附近。	1M 1A 1M 1A 1A 1A 6	接受任何適當理由
<b>甲部(2)</b> 10. (a) 設 $x = kyz^2$ ，其中 $k$ 為非零常數。 $18 = k(4)(3)^2$ $k = \frac{1}{2}$ $\therefore x = \frac{1}{2}yz^2$ (b) $y$ 的新值 $= y(1 + 20\%) = 1.2y$ $z$ 的新值 $= 1.1z$ $x$ 的新值 $= k(1.2y)(1.1z)^2 = 1.452kyz^2 = 1.452x$ $x$ 的百分改變 $= \frac{1.452x - x}{x} \times 100\%$ $= 45.2\%$	1M 1A 1A 1A 1M 1A 6	pp - 1 給寫了 $x \propto kyz^2$
11. (a) 證： $\angle ABD = 90^\circ$ $\angle BDC = 180^\circ - 90^\circ$ (同側內角， $AB \parallel CD$ ) $= 90^\circ$ $\angle ACB = 90^\circ$ (半圓上的圓周角) $\therefore \angle BDC = \angle ACB$ $\angle ABC = \angle BCD$ (錯角， $AB \parallel CD$ ) $\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA) (b) 由於 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ ， $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD}$ 。(相似 $\Delta$ 對應邊) $\therefore 8(2) = BC^2$ $BC = 4$ $AC = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ $\therefore \triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2}(4)(4\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$ $= 13.9$ 平方單位	1M 1M 1M 1M 1A 1A 6	

解題	分數	備註
12. (a) $\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-7)$ $= 44 > 0$ $\therefore$ 該方程有兩個相異實根。 (b) (i) 由於 $f(x)$ 中 $x^2$ 項的係數為正值，因此該圖像的開口是向上的。 (ii) $f(x) = x^2 - 4x - 7$ $= x^2 - 4x + 4 - 11$ $= (x - 2)^2 - 11$ $\therefore$ 頂點 = (2, -11) (c) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ $x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$ $x^2 - 4x - 7 = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} - 4x - 7$ $= -\frac{5}{2}x - \frac{15}{2}$ $\therefore$ 應加上直線 $y = -\frac{5}{2}x - \frac{15}{2}$ 。	1A 1A 1A 1A 1A 1M 1A 7	給嘗試將一邊變成 $x^2 - 4x - 7$
13. (a) (i) 半球體的表面面積 = $\frac{1}{2} \times 4\pi(6)^2$ $= 72\pi \text{ cm}^2$ (ii) 錐體的斜高 = $\sqrt{6^2 + 8^2}$ $= 10 \text{ cm}$ 錐體的表面面積 = $\pi(6)(10)$ $= 60\pi \text{ cm}^2$ (b) 總成本 = $72\pi \times 1 + 60\pi \times 1.5$ $= \$509$ (最接近的整數)	1M 1A 1A 1M 1A 1M 1A 7	
14. (a) (i) $AD = c \sin B$ (ii) 同樣， $AD = b \sin C$ $\therefore b \sin C = c \sin B \Rightarrow \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 根據對稱， $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 。 $\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (b) (i) $BD = c \cos B$ (ii) 根據畢氏定理， $AD^2 = AB^2 - BD^2$ 而 $AD^2 = AC^2 - DC^2$ $\therefore AB^2 - BD^2 = AC^2 - DC^2$ $= AC^2 - (BC - BD)^2$ $c^2 - (c \cos B)^2 = b^2 - (a - c \cos B)^2$ $c^2 - c^2 \cos^2 B = b^2 - a^2 + 2ac \cos B - c^2 \cos^2 B$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$	1A 1A 1M 1A 1M 1A	

解題	分數	備註
<p>(c) 根據(a)(ii), 設 <math>\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k</math>, 其中 <math>k</math> 為非零常數。  <math>\therefore a = k \sin A, b = k \sin B, c = k \sin C</math>            根據(b)(ii),  <math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B</math>  <math>k^2 \sin^2 B = k^2 \sin^2 A + k^2 \sin^2 C - 2k^2 \sin A \sin C \cos B</math>  <math>\sin^2 B = \sin^2 A + \sin^2 C - 2 \sin A \sin C \cos B</math>  <math>= (\sin A + \sin C)^2 - 2 \sin A \sin C (1 + \cos B)</math>  <math>&lt; (\sin A + \sin C)^2</math>  <math>\sin B &lt; \sin A + \sin C</math>  <math>\sin(A + C) &lt; \sin A + \sin C</math>  <math>\sin A + \sin C &gt; \sin(A + C)</math></p>	<p>1M 1M 1A <hr/>9</p>	
<p><b>乙部</b></p> <p>15. (a) 由於 <math>x</math> 軸為 <math>\Gamma</math> 的切線, 因此 <math>EA</math> 垂直於 <math>x</math> 軸。            (切線 <math>\perp</math> 半徑)  <math>\therefore E</math> 的 <math>x</math> 坐標為 2。            另一方面, <math>E</math> 在 <math>BC</math> 的中垂線上。  <math>BC</math> 的中垂線方程為  <math>y = (b + c) / 2</math>  <math>= 6 / 2</math> (<math>b</math> 和 <math>c</math> 為方程 <math>x^2 - 6x + k = 0</math> 的根)  <math>= 3</math>  <math>\therefore E</math> 的 <math>y</math> 坐標為 3。  <math>\therefore E = (2, 3)</math></p> <p>(b) <math>\Gamma</math> 的圓心為 <math>(2, 3)</math>, 而半徑為 3。  <math>\Gamma</math> 的方程為  <math>(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 3^2</math>  <math>x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0</math></p>	<p>1M 1A  1A  1A  1A <hr/>5</p>	<p>關於 <math>y</math> 坐標的相似推論亦可得分。      給半徑</p>
<p>16. (a) <math>a_4 = 11</math>            (b) 已知 <math>a_2 - a_1 = 2</math>、<math>a_3 - a_2 = 3</math>、<math>a_4 - a_3 = 4</math> 等等。  <math>\therefore a_n = a_1 + (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_n - a_{n-1})</math>  <math>= 2 + 2 + 3 + \dots + n</math>  <math>= 2 + \frac{n-1}{2} [2(2) + (n-2)(1)]</math>  <math>= \frac{n^2 + n + 2}{2}</math></p>	<p>1A 1A 1M  1M  1A <hr/>5</p>	<p>(等差數列的 <math>n - 1</math> 項之和)</p>

解題	分數	備註
17. (a) $x = 2$ 或 $x = 4.25$ (b) 無解 (c) $0 \leq x \leq 1$ 或 $4.5 \leq x \leq 6$	1A 1A 2A <hr/> 4	若只有一個區間，則只可得 1A pp-1 給沒寫“或”，或寫了“和”
18. (a) 考慮在平面 $ABCD$ 上有個半圓，而半圓的直徑為 $DC$ ，半徑為 400 m。 由於 $AD = 500$ m，所以該圓並沒與 $AB$ 相交。 根據半圓上的圓周角，若 $G$ 於圓上，則 $\angle DGC = 90^\circ$ 現在 $G$ 並不在圓內，因此 $\angle DGC$ 一定是銳角。 (b) (i) $\triangle ADE$ 中， $\sin \angle ADE = \frac{AE}{AD}$ $\sin 50^\circ = \frac{AE}{500}$ $AE = 500 \sin 50^\circ$ $AE = 383 \text{ m}$ (ii) 設 $J$ 為 $G$ 於地面的投影。 $EJ = AG = 800 \times \frac{2}{2+3} = 320 \text{ m}$ $DJ = \sqrt{DE^2 + EJ^2} = \sqrt{(500 \cos 50^\circ)^2 + 320^2}$ $HJ = HG + GJ = 10 + 500 \sin 50^\circ$ $\tan \angle HDJ = \frac{HJ}{DJ}$ $= \frac{10 + 500 \sin 50^\circ}{\sqrt{(500 \cos 50^\circ)^2 + 320^2}}$ $= 0.866575$ $\angle HDJ = 40.9^\circ$ $\therefore \text{從 } D \text{ 測得 } H \text{ 的仰角為 } 40.9^\circ。$	1M  1M 1A  1A  1A  1A  1A  1A  1A  1A  <hr/> 10	

解題	分數	備註
<p>19. (a)</p>  <p>(b) (i) (0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 0), (0, 1) (1, 1), (2, 1), (3, 1), (1, 2), (2, 2)</p> <p>(ii) (1) 有 6 點並不位於 <math>x</math> 軸上  <math>P</math>(最少 1 點位於 <math>x</math> 軸)  <math>= 1 - P</math>(兩點均不位於 <math>x</math> 軸上)  <math>= 1 - \frac{6}{10} \times \frac{5}{9}</math>  <math>= \frac{2}{3}</math></p> <p>(2) 有 5 點位於坐標軸上  <math>P</math>(均位於最少一條坐標軸)  <math>= \frac{5}{10} \times \frac{4}{9}</math>  <math>= \frac{2}{9}</math></p>	<p>1A 1A 1A</p> <p>2A</p> <p>1M 1M 1A 1A 1M 1A</p> <hr/> <p>11</p>	<p>以虛線正確地畫出 <math>3x + 2y = 12</math>  以實線正確地畫出 <math>x - y = -1</math>  於正確的區域填上陰影</p> <p>7 點或以上正確，則可獲 1 分  超過一對錯誤則扣減 1 分</p>